



# 练习册

主编 肖德好

全品

学练考

高中数学<sup>1</sup>

必修第一册 BS

细分课时

分层设计

落实基础

突出重点

详答案本

## 01

### 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

#### ◆ 知识点一 $y=a^x (a>0, \text{且 } a \neq 1)$ 的图象与

$y=(\frac{1}{a})^x$  的图象之间的关系

函数  $y=a^x (a>0, \text{且 } a \neq 1)$  的图象与  $y=(\frac{1}{a})^x$  的图象关于  $y$  轴对称.

**【诊断分析】** 判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

(1) 函数  $y=3^x, x \in [-1, 1]$  的值域与函数  $y=(\frac{1}{3})^x, x \in [-1, 1]$  的值域相同. ( )

(2) 函数  $y=a^{kx} (a>0 \text{ 且 } a \neq 1, x \in [-k, k] (k>0))$  的图象关于  $y$  轴对称. ( )

#### ◆ 知识点二 与指数函数有关的复合函数问题

##### 1. 定义域

函数  $y=a^{f(x)} (a>0, \text{且 } a \neq 1)$  的定义域就是函数  $f(x)$  的定义域.

##### 2. 值域

求形如  $y=a^{f(x)} (a>0, \text{且 } a \neq 1)$  的函数的值域时, 应先求  $u=f(x)$  的值域, 再结合  $y=a^u$  的单调性求出  $y=a^{f(x)}$  的值域.

##### 3. 单调性

将函数  $y=a^{f(x)} (a>0, \text{且 } a \neq 1)$  视为由  $u=f(x)$  与  $y=a^u$  复合而成, 利用复合函数单调性的判定方法可判断函数  $y=a^{f(x)}$  的单调性. 类似地, 可判断函数  $y=f(a^x) (a>0, \text{且 } a \neq 1)$  的单调性.

**【诊断分析】** 判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

(1) 函数  $y=2^{f(x)}$  与函数  $y=f(x)$  有相同的定义域. ( )

(2) 函数  $y=a^{f(x)} (a>0, \text{且 } a \neq 1)$  与函数  $y=f(x)$  的单调性相同. ( )

## 02

### 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

#### ◆ 探究点一 与对数函数有关的定义域与值域

**【提问】** 若函数  $y=\log_3(x-1)$  有意义, 则  $x$  应满足什么?

**例 1** (1) 函数  $y=\log_2 \frac{1}{1-3^x}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

(2) 函数  $y=\log_{\frac{1}{2}} x, x \in (0, 8]$  的值域为\_\_\_\_\_.

**变式** (1) [2024·江西新余四中高一月考] 函数  $f(x)=\sqrt{a-\lg x}$  的定义域为  $(0, 10]$ , 则实数  $a$  的值为 ( )

A. 0      B. 10      C. 1      D.  $\frac{1}{10}$

(2) 若函数  $f(x)=\log_a x (a>0 \text{ 且 } a \neq 1)$  在  $[2, 3]$  上的最大值为 1, 则  $a=_____$ .

**【素养小结】**

与对数函数有关的定义域、值域问题在求解时要注意对数的性质, 即真数大于 0, 底数大于 0 且不等于 1, 底数不确定时, 还要对底数  $a$  按照  $a>1, 0<a<1$  进行分类讨论.

**拓展** 已知  $a>0$  且  $a \neq 1$ , 若  $\log_a(3a-1)>0$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

#### ◆ 探究点三 比较大小

**【提问】** 当  $a>1$  时,  $y=\log_a x$  为\_\_\_\_\_, 当  $0<a<1$  时,  $y=\log_a x$  为\_\_\_\_\_, 运用此单调性可以比较一些对数式的大小.

**例 3** (1) 已知  $a=\log_2 2, b=\log_2 3, c=\log_{0.2} 3$ , 则 ( )

A.  $a<c<b$       B.  $a<b<c$   
C.  $b<a<c$       D.  $c<a<b$

(2) 若  $\log_a 2 < \log_b 2 < 0$ , 则 ( )

A.  $0<a<b<1$       B.  $0<b<a<1$   
C.  $a>b>1$       D.  $b>a>1$

**变式** (1) 已知  $a=\log_{0.6} 2, b=\log_6 7, c=0.2^3$ , 则 ( )

A.  $a>b>c$       B.  $b>a>c$   
C.  $c>a>b$       D.  $b>c>a$

(2) (多选题) 下列各式中正确的是 ( )

A.  $\ln 0.8^3 > \ln 0.7^3$   
B.  $\lg 1.6 > \lg 1.4$   
C.  $\log_{0.5} 0.4 > \log_{0.5} 0.6$   
D.  $\log_2 3 > \log_{0.5} 0.2$

## 03

## 本章总结提升精选典型题和高考题, 提前对接高考

## ◆ 题型一 集合的关系与运算

[类型总述] (1)直接给出集合,考查集合的交、并、补集运算,这也是高考试题中主要的考查方式;(2)考查集合之间的关系;(3)根据集合的运算确定集合中的参数.

例 1 (1)集合  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid -4 < x - 1 < 4, \text{ 且 } x \neq 1\}$  的真子集的个数是 ( )

- A. 16      B. 15      C. 8      D. 7

(2)[2023·全国乙卷] 设全集  $U = \{0, 1, 2, 4, 6, 8\}$ , 集合  $M = \{0, 4, 6\}$ ,  $N = \{0, 1, 6\}$ , 则  $M \cup (\complement_U N) =$  ( )

- A.  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$       B.  $\{0, 1, 4, 6, 8\}$   
C.  $\{1, 2, 4, 6, 8\}$       D.  $U$

变式 (1)设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A = \{1, 3\}$ ,  $B = \{2, 4, 5\}$ , 则  $\complement_U(A \cup B) =$  ( )

- A.  $\{1\}$       B.  $\{6\}$   
C.  $\{1, 2\}$       D.  $\emptyset$

## 04

## 课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题, 增强学生思维训练

6. 设  $f(x)$  为奇函数且在  $(-\infty, 0)$  上单调递减,  $f(2) = 0$ , 则  $\frac{f(x)}{x} < 0$  的解集为 ( )

- A.  $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$   
B.  $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } 0 < x < 2\}$   
C.  $\{x \mid -2 < x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$   
D.  $\{x \mid -2 < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 2\}$

7. 若函数  $f(x) = \begin{cases} a^x, & x \geq 1, \\ (4 - \frac{a}{2})x + 2, & x < 1 \end{cases}$  是  $\mathbb{R}$  上的增

- 函数, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )  
A.  $[4, 8)$       B.  $(1, 8)$   
C.  $(4, 8)$       D.  $(1, +\infty)$

8. (多选题) 已知函数  $f(x) = 2^{-x} - 2^x$ , 则下列结论中正确的是 ( )

- A.  $f(0) = 0$   
B.  $f(x)$  是奇函数  
C.  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上是增函数  
D. 对任意的实数  $a$ , 方程  $f(x) - a = 0$  都有唯一解

12. 若函数  $f(x) = 2^x + \log_2 x$  在  $[1, a]$  上的取值范围为  $[n, m]$ , 且  $m - n = 16$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

15. (5分) 设  $A$  是整数集的一个非空子集, 对于  $k \in A$ , 若  $k - 1 \notin A$ , 且  $k + 1 \notin A$ , 则称  $k$  是  $A$  的一个“孤立元”. 给定集合  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , 在由  $S$  的三个元素构成的所有集合中, 不含“孤立元”的集合个数为 \_\_\_\_\_.

## 05

## 精选试题, 穿插设置滚动习题, 无缝对接阶段性复习巩固

## ► 滚动习题 (三) [范围 §1~§2]

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、选择题(本大题共 7 小题, 每小题 5 分, 共 35 分)

1. 函数  $f(x) = (x - 1)^0 + \sqrt{x - 1} + \frac{1}{x - 2}$  的定义域为 ( )

- A.  $(1, 2)$   
B.  $(2, +\infty)$   
C.  $(1, 2) \cup (2, +\infty)$   
D.  $(-\infty, -2) \cup (1, 2)$

7. (多选题) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 1, \\ -x^2 + 3, & x \geq 1, \end{cases}$  则下列关于函数  $f(x)$  的结论正确的是 ( )

- A.  $f(x)$  的值域为  $(-\infty, 3]$   
B.  $f(0) = 2$   
C. 若  $f(x) = -1$ , 则  $x = 2$   
D.  $f(x) < 2$  的解集为  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

8. 设  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = 4x^2 + 5$ , 则  $g[f(2)] =$  \_\_\_\_\_.

9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \geq 1, \\ x^2 - x, & x < 1, \end{cases}$  若  $f(a) = 6$ , 则实数  $a =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 3 小题, 共 45 分)

13. (15分) 求下列函数的解析式:

- (1) 已知  $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x}$ , 求  $f(x)$ ;  
(2) 已知  $f(x)$  是一次函数, 且  $f[f(x)] = 16x - 25$ , 求  $f(x)$ ;  
(3) 定义在区间  $(-1, 1)$  上的函数  $f(x)$  满足  $2f(x) - f(-x) = x^2$ , 求  $f(x)$  的解析式.

# Contents

## 01 第一章 预备知识

PART ONE

- § 1 集合 练 001/导 203
- 1.1 集合的概念与表示 练 001/导 203
- 1.2 集合的基本关系 练 003/导 205
- 1.3 集合的基本运算 练 005/导 207
- 第 1 课时 集合的基本运算(一)——交集与并集 练 005/导 207
- 第 2 课时 集合的基本运算(二)——全集与补集 练 007/导 209
- § 2 常用逻辑用语 练 009/导 211
- 2.1 必要条件与充分条件 练 009/导 211
- 第 1 课时 必要条件与充分条件 练 009/导 211
- 第 2 课时 充要条件 练 011/导 212
- 2.2 全称量词与存在量词 练 013/导 214
- 第 1 课时 全称量词命题与存在量词命题 练 013/导 214
- 第 2 课时 全称量词命题与存在量词命题的否定 练 015/导 216
- ▶ 滚动习题(一) [范围 § 1~§ 2] 练 017
- § 3 不等式 练 019/导 217
- 3.1 不等式的性质 练 019/导 217
- 3.2 基本不等式 练 021/导 219
- 第 1 课时 基本不等式 练 021/导 219
- 第 2 课时 基本不等式的简单应用 练 023/导 221
- § 4 一元二次函数与一元二次不等式 练 025/导 223
- 4.1 一元二次函数 练 025/导 223
- 4.2 一元二次不等式及其解法 练 027/导 225
- 4.3 一元二次不等式的应用 练 029/导 226
- ▶ 滚动习题(二) [范围 § 3~§ 4] 练 031
- ▶ 本章总结提升 导 228

## 02 第二章 函数

PART TWO

- § 1 生活中的变量关系 练 033/导 233
- § 2 函数 练 035/导 234
- 2.1 函数概念 练 035/导 234
- 2.2 函数的表示法(A) 练 037/导 237

- 2.2 函数的表示法(B) 练 039
- ▶ 滚动习题(三) [范围 § 1~§ 2] 练 041
- § 3 函数的单调性和最值 练 043/导 239
- 第 1 课时 函数的单调性和最值 练 043/导 239
- 第 2 课时 函数的单调性和最值的应用 练 045/导 241
- § 4 函数的奇偶性与简单的幂函数 练 047/导 244
- 4.1 函数的奇偶性 练 047/导 244
- 第 1 课时 函数的奇偶性 练 047/导 244
- 第 2 课时 函数性质的应用 练 049/导 246
- 4.2 简单幂函数的图象和性质 练 051/导 247
- ▶ 滚动习题(四) [范围 § 3~§ 4] 练 053
- ▶ 本章总结提升 导 249

## 03 第三章 指数运算与指数函数

PART THREE

- § 1 指数幂的拓展 练 055/导 252
- § 2 指数幂的运算性质 练 057/导 253
- § 3 指数函数 练 059/导 255
- 3.1 指数函数的概念 练 059/导 255
- 3.2 指数函数的图象和性质 练 059/导 255
- 第 1 课时 指数函数  $y=a^x (a>1)$  的图象和性质 练 059/导 255
- 第 2 课时 指数函数  $y=a^x (0<a<1)$  的图象和性质 练 061/导 257
- 第 3 课时 指数函数图象和性质的综合应用 练 063/导 259
- ▶ 本章总结提升 导 260
- ▶ 滚动习题(五) [范围 § 1~§ 3] 练 065

## 04 第四章 对数运算与对数函数

PART FOUR

- § 1 对数的概念 练 067/导 262
- § 2 对数的运算 练 069/导 263
- 2.1 对数的运算性质 练 069/导 263
- 2.2 换底公式 练 071/导 265
- ▶ 滚动习题(六) [范围 § 1~§ 2] 练 073
- § 3 对数函数 练 075/导 266
- 3.1 对数函数的概念 练 075/导 266

3.2 对数函数  $y = \log_2 x$  的图象和性质  
练 075/导 266

3.3 对数函数  $y = \log_a x$  的图象和性质  
练 077/导 268

第 1 课时 对数函数  $y = \log_a x$  的图象和性质  
练 077/导 268

第 2 课时 对数函数  $y = \log_a x$  的性质与应用  
练 079/导 271

§ 4 指数函数、幂函数、对数函数增长的比较  
练 081/导 273

\* § 5 信息技术支持的函数研究 练 081/导 273

▶ 滚动习题(七) [范围 § 3~§ 4] 练 084

▶ 本章总结提升 导 276

## 05 第五章 函数应用

PART FIVE

§ 1 方程解的存在性及方程的近似解  
练 086/导 279

1.1 利用函数性质判定方程解的存在性  
练 086/导 279

1.2 利用二分法求方程的近似解 练 088/导 281

§ 2 实际问题中的函数模型 练 090/导 283

2.1 实际问题的函数刻画 练 090/导 283

2.2 用函数模型解决实际问题 练 090/导 283

▶ 本章总结提升 导 286

▶ 滚动习题(八) [范围 § 1~§ 2] 练 094

## 06 第六章 统计

PART SIX

§ 1 获取数据的途径 练 096/导 288

1.1 直接获取与间接获取数据 练 096/导 288

1.2 普查和抽查 练 096/导 288

1.3 总体和样本 练 096/导 288

§ 2 抽样的基本方法 练 098/导 290

2.1 简单随机抽样 练 098/导 290

2.2 分层随机抽样 练 100/导 292

§ 3 用样本估计总体分布 练 102/导 293

3.1 从频数到频率 练 102/导 293

3.2 频率分布直方图 练 102/导 293

§ 4 用样本估计总体的数字特征 练 105/导 296

4.1 样本的数字特征 练 105/导 296

4.2 分层随机抽样的均值与方差 练 108/导 298

4.3 百分位数 练 111/导 300

▶ 本章总结提升 导 302

▶ 滚动习题(九) [范围 § 1~§ 4] 练 114

## 07 第七章 概率

PART SEVEN

§ 1 随机现象与随机事件 练 117/导 306

1.1 随机现象 练 117/导 306

1.2 样本空间 练 117/导 306

1.3 随机事件 练 119/导 307

1.4 随机事件的运算 练 121/导 310

§ 2 古典概型 练 123/导 312

2.1 古典概型的概率计算公式 练 123/导 312

2.2 古典概型的应用 练 125/导 314

§ 3 频率与概率 练 128/导 317

§ 4 事件的独立性 练 131/导 318

▶ 本章总结提升 导 320

▶ 滚动习题(十) [范围 § 1~§ 4] 练 134

▶ 滚动习题(十一) [范围 第六章~第七章] 练 136

## 08 第八章 数学建模活动(一)

PART EIGHT

§ 1 走近数学建模 导 323

§ 2 数学建模的主要步骤 导 323

§ 3 数学建模活动的主要过程 导 323

◆ 参考答案(练习册) 练 139

◆ 参考答案(导学案) 导 325

## >> 测评卷

单元素养测评卷(一) [第一章] 卷 01

单元素养测评卷(二) [第二章] 卷 03

单元素养测评卷(三) [第三章] 卷 05

单元素养测评卷(四) [第四章] 卷 07

阶段素养测评卷 [第一章~第四章] 卷 09

单元素养测评卷(五) [第五章] 卷 11

单元素养测评卷(六) [第六章] 卷 13

单元素养测评卷(七) [第七章] 卷 15

模块素养测评卷 [第一章~第八章] 卷 17

◆ 参考答案 卷 19

§1 集合

1.1 集合的概念与表示

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

- 下列能组成集合的是 ( )
  - 某电视台著名节目主持人
  - 我市跑得快的汽车
  - 某市所有的中学生
  - 数学必修第一册课本中所有的简单题
- 下列表述正确的是 ( )
  - $0 \notin \mathbf{N}$
  - $1 \in \{0, 1, 2\}$
  - $0 \in \emptyset$
  - $\frac{1}{2} \notin \mathbf{Q}$
- 下列说法正确的是 ( )
  - 由元素0组成的集合是空集
  - 某班个子比较高的同学可以组成一个有限集
  - 集合  $A = \{(x, y) \mid 3x + y = 2, x \in \mathbf{N}\}$  是有限集
  - 由大于  $\frac{1}{2}$  的实数组成的集合是一个无限集
- 不等式组  $\begin{cases} x \leq 8, \\ x > -2 \end{cases}$  的解集可以表示为 ( )
  - $\emptyset$
  - $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
  - $[-2, 8)$
  - $(-2, 8]$
- 英文单词“interesting”的所有字母组成的集合共有 ( )
  - 7个元素
  - 8个元素
  - 9个元素
  - 11个元素

- 已知集合  $A = \{12, a^2 + 4a, a - 2\}$ , 且  $-3 \in A$ , 则  $a =$  ( )
    - 1
    - 2
    - 3
    - 3
  - 集合  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid xy = 16, y \in \mathbf{N}\}$  的元素个数为 ( )
    - 3
    - 4
    - 5
    - 6
  - (多选题)下列选项中,  $P$  与  $Q$  表示同一个集合的是 ( )
    - $P = \{x \mid x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}, Q = \emptyset$
    - $P = \{2, 5\}, Q = \{5, 2\}$
    - $P = \{(2, 5)\}, Q = \{(5, 2)\}$
    - $P = \{x \mid x = 2m + 1, m \in \mathbf{Z}\}, Q = \{x \mid x = 2m - 1, m \in \mathbf{Z}\}$
  - (多选题)下列说法中错误的是 ( )
    - 集合  $\{x \in \mathbf{N} \mid x^3 = x\}$  用列举法表示为  $\{0, 1\}$
    - 实数集可以表示为  $\{x \mid x \text{ 为实数}\}$  或  $\mathbf{R}$
    - 方程组  $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = -1 \end{cases}$  的解集为  $\left\{x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}\right\}$
    - 集合  $\{y \mid y = x^2\}$  与  $\{(x, y) \mid y = x^2\}$  是同一个集合
- 二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)
- 用列举法表示由满足  $-1 < x < 2$  的整数  $x$  组成的集合为\_\_\_\_\_.
  - 若  $2 \notin \{x \mid x - a > 0\}$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
  - 若集合  $\left\{x \mid \frac{a}{3} < x < \frac{3a}{2}\right\}$  中恰有8个整数元素, 则  $a$  的值可以为\_\_\_\_\_.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

### 三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)用所要求的方法表示下列集合:

- (1)20 的所有质因数组成的集合  $A$ (列举法);
- (2)满足小于 3 且大于 -1 的实数组成的集合  $B$ (区间);
- (3)所有是 4 的倍数的正数组成的集合  $C$ (描述法).

14. (10 分)已知集合  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ .

- (1)若  $A = \emptyset$ ,求实数  $a$  的取值范围;
- (2)若  $A$  中仅有一个元素,求实数  $a$  的值及集合  $A$ .

### ► 思维探索 选做题

15. (5 分)设  $A$  是整数集的一个非空子集,对于  $k \in A$ ,若  $k-1 \notin A$ ,且  $k+1 \notin A$ ,则称  $k$  是  $A$  的一个“孤立元”.给定集合  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,在由  $S$  的三个元素构成的所有集合中,不含“孤立元”的集合个数为\_\_\_\_\_.

16. (15 分)已知集合  $A = \{x \mid x = m + n\sqrt{3}, \text{且 } m^2 - 3n^2 = 1, m, n \in \mathbf{Z}\}$ .

(1)判断  $(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2$  是否为  $A$  中的元素;

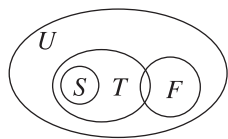
(2)设  $c \in A$ ,求证:  $\frac{c}{2 + \sqrt{3}} \in A$ ;

(3)证明:若  $x \in A$ ,则  $x + \frac{1}{x}$  是偶数.

## 1.2 集合的基本关系

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

- 若集合  $P = \{0, 1\}$ , 则下列表示中正确的是 ( )  
 A.  $\emptyset = P$                       B.  $\{0\} \in P$   
 C.  $\mathbf{N} \subseteq P$                       D.  $\{1\} \subseteq P$
- 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{N} | -2 < x < 2\}$ , 则集合  $A$  的真子集的个数是 ( )  
 A. 8                                  B. 7  
 C. 4                                  D. 3
- 已知集合  $P = \{x | 2x - 8 < 0\}$ ,  $Q = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$ , 则集合  $P, Q$  的关系为 ( )  
 A.  $P = Q$   
 B.  $P \subseteq Q$   
 C.  $Q \subseteq P$   
 D.  $P, Q$  之间不存在包含关系
- 已知集合  $U, S, T, F$  的关系如图所示, 给出下列关系: ①  $S \in U$ ; ②  $F \subseteq T$ ; ③  $S \subseteq T$ ; ④  $S \subseteq F$ ; ⑤  $S \in F$ ; ⑥  $F \subseteq U$ . 其中正确关系的序号是 ( )



- ①③                                  B. ②③  
 C. ③④                              D. ③⑥
- [2024·江西赣州高一期末] 若集合  $A = \{x | x - 1 < 0\}$ ,  $B = \{x | nx < 11\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 则  $n$  的取值范围是 ( )  
 A.  $(0, 11]$   
 B.  $[0, 11]$   
 C.  $(11, +\infty)$   
 D.  $(-\infty, 11]$
  - [2024·山东淄博七中高一月考] 已知集合  $M = \left\{ m \mid m = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{xyz}{|xyz|}, x, y, z \text{ 为非零实数} \right\}$ , 则  $M$  的子集个数是 ( )  
 A. 2                                  B. 8  
 C. 4                                  D. 16

- 已知集合  $M = \left\{ x \mid x = k - \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$ ,  $N = \left\{ x \mid x = \frac{k}{2} - 1, k \in \mathbf{Z} \right\}$ , 则集合  $M$  与集合  $N$  的关系是 ( )  
 A.  $M \subsetneq N$   
 B.  $N \subsetneq M$   
 C.  $M = N$   
 D. 不能确定

- (多选题) 下列选项中两集合相等的是 ( )  
 A.  $P = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$ ,  $Q = \{x | x = 2(n - 1), n \in \mathbf{Z}\}$   
 B.  $P = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbf{N}_+\}$ ,  $Q = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{N}_+\}$   
 C.  $P = \{x | x^2 - x = 0\}$ ,  $Q = \left\{ x \mid x = \frac{1 + (-1)^n}{2}, n \in \mathbf{Z} \right\}$   
 D.  $P = \{(x, y) | y = x - 1\}$ ,  $Q = \{y | y = x - 1\}$

- (多选题) [2024·湖南长沙德成学校高一月考] 已知集合  $A = \{0, 1\}$ ,  $B = \{x | x \in A, x \in \mathbf{N}\}$ ,  $C = \{x | x \subseteq A\}$ , 则关于集合  $A, B, C$  之间的关系, 下列说法正确的有 ( )  
 A.  $A = B$                           B.  $A \subsetneq B$   
 C.  $A \in C$                           D.  $A \subseteq C$

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

- 已知关系式: ①  $\{1, 2\} = \{2, 1\}$ , ②  $1 \in \{1, 2\}$ , ③  $\{1\} \in \{1, 2\}$ , ④  $\emptyset \subsetneq \{0\}$ . 其中不正确的序号是\_\_\_\_\_.
- [2024·昆明一中高一月考] 已知实数  $a, b, c$ , 集合  $A = \{a, 0, -1\}$ ,  $B = \left\{ c + b, \frac{1}{a+b}, 1 \right\}$ , 且  $A = B$ , 则  $a - b - c =$ \_\_\_\_\_.
- 集合  $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 1\}$ ,  $B = \{x | ax + 2 \leq 0\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

### 三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)(1)已知集合  $P = \{y | y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $Q = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $S = \{x | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ , 试判断  $P$  与  $Q$ ,  $P$  与  $S$  的关系.

(2)已知集合  $A = \{x \in \mathbf{N} | -1 < x < 3\}$ , 写出集合  $A$  的所有子集与真子集.

14. (10 分)设集合  $A = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\}$ ,  $B = \{x | ax - 1 = 0\}$ .

(1)若  $a = \frac{1}{5}$ , 试判断集合  $A$  与  $B$  的关系;

(2)若  $B \subseteq A$ , 求实数  $a$  的取值集合.

### 思维探索 选做题

15. (5 分)[2024 · 吉林集安一中高一月考] 对于非空数集  $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ , 其所有元素的算术平均数记为  $E(A)$ , 即  $E(A) = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$ . 若非空数集  $B$  满足下列

两个条件: ①  $B \subseteq A$ ; ②  $E(B) = E(A)$ , 则称  $B$  为  $A$  的一个“保均值子集”. 据此, 集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  的“保均值子集”有 \_\_\_\_\_ 个.

16. (15 分)对于含有有限个元素的数集, 定义“元素和”如下: 把集合中的各数相加; 定义“交替和”如下: 把集合中的数按从大到小的顺序排列, 然后从最大的数开始交替减加各数. 例如  $\{4, 6, 9\}$  的元素和是  $4 + 6 + 9 = 19$ ; 交替和是  $9 - 6 + 4 = 7$ . 而  $\{5\}$  的元素和与交替和都是 5.

(1)求集合  $\{1, 2, 3\}$  的所有非空子集的元素和的总和;

(2)求集合  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  的所有非空子集的元素和的总和.

## 1.3 集合的基本运算

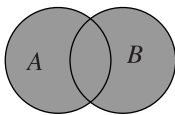
### 第1课时 集合的基本运算(一)——交集与并集

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

1. [2024·山东淄博四中高一月考] 已知集合  $A = \{x | -1 \leq x < 1\}$ ,  $B = \{-1, 0, 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
- A.  $\{0\}$                       B.  $\{-1, 0\}$   
C.  $\{-1, 1\}$                   D.  $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. [2024·山东青岛十九中期中] 已知集合  $A = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$ ,  $B = \{y | y = (-1)^x, x \in \mathbf{N}\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )
- A.  $\{1, 3\}$                       B.  $\{-1, 3\}$   
C.  $\{-1, 1, 3\}$                 D.  $\{-1\}$

3. 已知集合  $A = (0, 2)$ ,  $B = (1, 3)$ , 则图中阴影部分所表示的集合为 ( )
- A.  $(1, 2)$   
B.  $(0, 3)$   
C.  $(-\infty, 3)$   
D.  $(0, +\infty)$



4. 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{-1, 0, 2, 3\}$ ,  $C = \{x | -1 \leq x < 2\}$ , 则  $(A \cup B) \cap C =$  ( )
- A.  $\{-1, 1\}$                       B.  $\{0, 1\}$   
C.  $\{-1, 0, 1\}$                 D.  $\{2, 3, 4\}$

5. 已知集合  $A = \{(x, y) | y = x - 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = 3x + 1\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
- A.  $\{(1, 0)\}$                       B.  $\{(2, 1)\}$   
C.  $\{(-1, -2)\}$                 D.  $\{(-2, -3)\}$

6. 某校举办运动会, 某班参加田赛的学生有9人, 参加径赛的学生有14人, 两项都参加的有5人, 那么该班参加本次运动会的学生共有 ( )
- A. 28人                          B. 23人  
C. 18人                          D. 16人

7. 已知集合  $A = \{x | 1 < x < 3\}$ ,  $B = \{x | 2m < x < 1 - m\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $m \geq \frac{1}{3}$                       B.  $0 \leq m < \frac{1}{3}$   
C.  $m \leq 0$                       D.  $m \geq 0$

8. (多选题) 已知集合  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $M \cap N = \{4, 5\}$ , 则  $N$  可能为 ( )
- A.  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$                 B.  $\{4, 5, 6\}$   
C.  $\{4, 5\}$                         D.  $\{3, 4, 5\}$

9. (多选题) [2024·河北唐山一中期中] 已知集合  $A = \{1, 2\}$ , 集合  $B = \{0, 2\}$ , 设集合  $C = \{z | z = xy, x \in A, y \in B\}$ , 则下列结论中错误的是 ( )
- A.  $A \cap C = \emptyset$                       B.  $A \cup C = C$   
C.  $B \cap C = B$                       D.  $A \cup B = C$

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

10. 已知集合  $A = \mathbf{N}$ ,  $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.

11. 已知集合  $A = \{1, 2, 5\}$ ,  $B = \{2, a\}$ , 若  $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

12. 已知集合  $A = \{x | 0 < x < 2\}$ ,  $B = \{x | -1 < x < 1\}$ ,  $C = \{x | mx + 1 > 0\}$ , 若  $(A \cup B) \subseteq C$ , 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

### 三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)已知集合  $A = \{x \mid x < -4 \text{ 或 } x > 1\}$ ,  
 $B = \{x \mid -3 \leq x - 1 \leq 2\}$ .

(1)求  $A \cap B, A \cup B$ ;

(2)若集合  $M = \{x \mid 2k - 1 \leq x \leq 2k + 1\}$  是集合  $A$  的子集,求实数  $k$  的取值范围.

14. (10 分)设集合  $A = \{x \mid x^2 + ax - 3 = 0\}, B = \{x \mid x^2 - 4x + b = 0\}, A \cap B = \{1\}, C = \{-3, 2\}$ .

(1)求  $a, b$  的值及集合  $A, B$ ;

(2)求  $(A \cup C) \cap (B \cup C)$ .

### 思维探索 选做题

15. (5 分)[2024·四川阆中中学高一期中] 设集合  $A = \{x \mid x^2 - (a+2)x + 2a = 0\}, B = \{x \mid x^2 - 5x + 4 = 0\}$ , 若集合  $A \cup B$  中所有元素之和为 7, 则实数  $a$  的值可以为 \_\_\_\_\_ . (写出两个符合条件的值, 只写一个或有错误的均不得分)

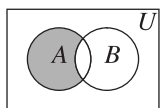
16. (15 分)已知非空集合  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 0 < x < 3\}, B = \{y \in \mathbf{N} \mid 0 < my - 1 < 2, m > 0\}$ , 且  $A \cap B = A \cup B$ , 求实数  $m$  的取值范围.



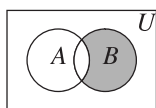
## 第2课时 集合的基本运算(二)——全集与补集

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

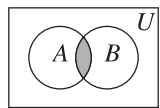
1. 设全集  $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $A = \{4, 8\}$ , 则  $\complement_U A =$  ( )  
 A.  $\{4, 8\}$   
 B.  $\{2, 6\}$   
 C.  $\{2, 6, 10\}$   
 D.  $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
2. 已知全集  $U$  为  $\mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$ , 则  $\complement_U A =$  ( )  
 A.  $\{x | x < -1, \text{或 } x \geq 2\}$   
 B.  $\{x | -1 < x \leq 2\}$   
 C.  $\{x | x \leq -1, \text{或 } x > 2\}$   
 D.  $\{x | -1 \leq x < 2\}$
3. 设全集  $U = \{3, 1, a^2 - 2a + 1\}$ , 集合  $A = \{1, 3\}$ ,  $\complement_U A = \{0\}$ , 则实数  $a$  的值为 ( )  
 A. 0                                  B. 1  
 C. -2                                 D. -1
4. 若全集  $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $A = \{x \in \mathbf{Z} | -2 < x < 2\}$ , 则  $\complement_U A$  的子集的个数为 ( )  
 A. 1                                  B. 2  
 C. 3                                  D. 4
5. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $C = \{7\}$ , 则下列 Venn 图中阴影部分表示集合  $C$  的是 ( )



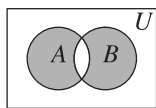
A



B



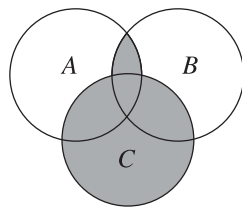
C



D

6. 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $M = [1, +\infty)$ ,  $N = [0, 5)$ , 则  $(\complement_U M) \cup (\complement_U N) =$  ( )  
 A.  $[0, +\infty)$   
 B.  $(-\infty, 1) \cup [5, +\infty)$   
 C.  $(-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$   
 D.  $(-\infty, 0) \cup [5, +\infty)$

7. [2024·江西丰城东煌中学高一月考] 下列集合表示图中阴影部分的是 ( )



- A.  $(A \cup C) \cap (B \cup C)$   
 B.  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$   
 C.  $(A \cup B) \cup (B \cup C)$   
 D.  $(A \cup B) \cap C$
8. (多选题) 已知集合  $A = \{x | x < -3, \text{或 } x > 1\}$ ,  $B = \{x | x \leq -4, \text{或 } x > a\}$ , 若  $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$  中恰好含有 2 个整数, 则实数  $a$  的取值可以是 ( )  
 A. 3                                  B.  $\frac{10}{3}$   
 C.  $\frac{7}{2}$                                  D. 4
9. (多选题) 若集合  $M, N$  满足  $M \subseteq N \subseteq U$  (其中  $U$  为全集), 则下列结论正确的是 ( )  
 A.  $M \cap N = M$   
 B.  $(\complement_U M) \subseteq (\complement_U N)$   
 C.  $M \subseteq (M \cap N)$   
 D.  $\complement_U (M \cup N) = \complement_U N$

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

10. 已知全集  $U = \{x | x \geq -1\}$ , 集合  $A = \{x | 0 < x \leq 2\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_.
11. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 且集合  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 2\}$ , 则  $A \cap (\complement_U B) =$  \_\_\_\_\_.
12. 已知集合  $A = \{x | x > a\}$ ,  $B = \{x | x > 1\}$ , 若  $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) \neq \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

### 三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分) 设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , 集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $C = \{3, 5, 7, 9\}$ . 求:

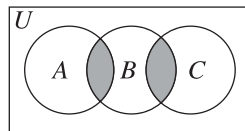
- (1)  $A \cap B, A \cup B, \complement_U A$ ;  
 (2)  $A \cap (\complement_U B), A \cup (B \cap C)$ .

14. (10 分) 已知全集为  $\mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | x < 1\}$ , 集合  $B = \{x | x > 3, \text{ 或 } x < -2\}$ .

- (1) 求  $A \cup B, A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ ;  
 (2) 设  $D = A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ , 若  $C = \{x | 1 - m < x < m\}, C \subseteq D$ , 求实数  $m$  的取值范围.

### 思维探索 选做题

15. (5 分)(多选题)[2024·江西赣州一中高一月考] 下列集合表示图中阴影部分的是 ( )



- A.  $B \cap (A \cup C)$   
 B.  $(\complement_U B) \cap (A \cup C)$   
 C.  $B \cap [\complement_U (A \cup C)]$   
 D.  $(A \cap B) \cup (B \cap C)$
16. (15 分) 已知全集  $U = \{x \in \mathbf{Z} | -3 \leq x < 3\}$ ,  $A = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$ ,  $B = \{x | ax^2 - x = 0\}$ ,  $C = \{-1, 2\}$ .
- (1) 若  $B \cap C \neq \emptyset$ , 且  $(B \cap C) \subseteq A$ , 求  $a$  的值及集合  $B$ ;  
 (2) 若  $\complement_U (A \cup B \cup C) = \{1\}$ , 求  $a$  的值及  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ .

## §2 常用逻辑用语

### 2.1 必要条件与充分条件

#### 第1课时 必要条件与充分条件

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

1. 钱大姐常说“好货不便宜”,她这句话的意思是“好货”是“不便宜”的 ( )
- A. 充分条件  
B. 必要条件  
C. 无法判断  
D. 充分条件也是必要条件
2. “ $-2 < x < 3$ ”的一个充分条件是 ( )
- A.  $-2 < x < 4$   
B.  $0 < x < 3$   
C.  $-3 < x < 2$   
D.  $-3 < x < 3$
3. “ $-\frac{1}{2} < x < 3$ ”的一个必要条件是 ( )
- A.  $1 < x < 2$                       B.  $-1 < x < 6$   
C.  $-3 < x < \frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{1}{2} < x < 0$
4. 设  $A, B$  是非空集合,  $A = \{a \mid a \text{ 具有性质 } \alpha\}$ ,  $B = \{b \mid b \text{ 具有性质 } \beta\}$ , 若“ $c$  具有性质  $\beta$ ”是“ $c$  具有性质  $\alpha$ ”的充分条件, 则 ( )
- A.  $A \subseteq B$   
B.  $B \subseteq A$   
C.  $A \cap B = \emptyset$   
D. 以上都不对
5. 有以下说法:
- (1) “ $m$  是自然数”是“ $m$  是整数”的充分条件;  
(2) “两个三角形对应角相等”是“这两个三角形全等”的必要条件;  
(3) “ $(a+b) \cdot (a-b) = 0$ ”是“ $a = b$ ”的必要条件.
- 其中正确的个数为 ( )
- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3
6. 若“ $x > 3$ ”是“ $x > t$ ”的充分条件, 则实数  $t$  的取值范围是 ( )
- A.  $t \geq 3$                               B.  $t > 3$   
C.  $t \leq 3$                               D.  $t < 3$
7. 已知  $p: m-1 < x < m+1, q: 2 < x < 6$ , 且  $q$  是  $p$  的必要条件, 则实数  $m$  的取值范围为 ( )
- A.  $(3, 5)$   
B.  $[3, 5]$   
C.  $(-\infty, 3) \cup (5, +\infty)$   
D.  $(-\infty, 3] \cup [5, +\infty)$
8. (多选题) 已知集合  $M, N$  为  $\mathbf{R}$  的非空子集, 且  $M \neq N$ , 则下列选项中  $p$  是  $q$  的充分条件的是 ( )
- A.  $p: a \in M \cap N, q: a \in M$   
B.  $p: a \in M \cup N, q: a \in M$   
C.  $p: \complement_{\mathbf{R}} M \subseteq N, q: M \cup (\complement_{\mathbf{R}} N) = M$   
D.  $p: M \cap (\complement_{\mathbf{R}} N) = M, q: \complement_{\mathbf{R}} M \subseteq N$
9. (多选题) 已知集合  $A = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}, B = \{x \mid mx + 1 = 0\}$ , 则“ $B$  是  $A$  的真子集”的充分条件可以是 ( )
- A.  $m \in \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$   
B.  $m \in \left\{\frac{1}{2}\right\}$   
C.  $m \in \left\{0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$   
D.  $m \in \left\{0, \frac{1}{3}\right\}$

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

10. 如果甲是乙的必要条件, 丙是乙的充分条件, 那么丙是甲的\_\_\_\_\_. (从“充分条件”“必要条件”中选填)
11. 已知集合  $A = \{x \mid x > 2\}, B = \{x \mid bx > 1\}$ , 其中  $b$  为实数. 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充分条件, 则  $b$  的取值可以是\_\_\_\_\_. (答案不唯一, 写出一个即可)
12. 设  $\alpha, \beta$  是方程  $x^2 - ax + b = 0$  的两个实根, 则“ $a > 2$  且  $b > 1$ ”是“ $\alpha, \beta$  均大于 1”的\_\_\_\_\_. (从“充分条件”“必要条件”中选填)

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)在下列各题中,试判断  $p$  是  $q$  的充分条件还是必要条件.

- (1)  $p: a^2 + b^2 = 0, q: a + b = 0$ ;  
 (2)  $p: (x + 1)(x - 2) = 0, q: x + 1 = 0$ ;  
 (3)  $p: a \leq -2$  或  $a \geq 2, q: a \leq -2$  或  $a \geq 6$ .

14. (10 分)已知全集  $U = \mathbf{R}$ ,集合  $A = \{x | 0 < x < 1\}$ ,非空集合  $B = \{x | a < x < 1 - a\}$ .

- (1)当  $a = -1$  时,求  $(\complement_U A) \cap B$ ;  
 (2)已知“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要条件,求实数  $a$  的取值范围.

► 思维探索 选做题

15. (5 分)集合  $A = \{x | -1 < x < 2\}, B = \{x | a < x < b\}$ ,若“ $a = -2$ ”是“ $A \cap B \neq \emptyset$ ”的充分条件,则  $b$  的取值范围是 ( )

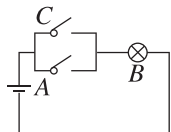
- A.  $(-\infty, -1)$       B.  $(-1, +\infty)$   
 C.  $[-1, +\infty)$       D.  $(-1, 2)$

16. (5 分)[2024 · 广东佛山南海区石门中学月考]已知集合  $A = \{x \in \mathbf{Z} | \text{点}(x - 1, x - a) \text{不在第一、三象限}\}$ ,集合  $B = \{t | 1 \leq t < 3\}$ ,若“ $y \in B$ ”是“ $y \in A$ ”的必要条件,则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

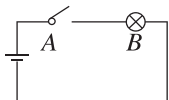
## 第 2 课时 充要条件

一、选择题(本大题共 9 小题,每小题 5 分,共 45 分)

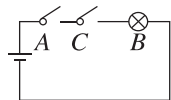
- 已知  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 + mx + n = 0$  的两个实根, 则“ $x_1 x_2 = 2$ ”是“ $n = 2$ ”的 ( )  
 A. 充分不必要条件  
 B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分也不必要条件
- [2024·安徽池州贵池区高一期中] 王安石在《游褒禅山记》中说过一段话:“而世之奇伟、瑰怪、非常之观,常在于险远,而人之所罕至焉,故非有志者不能至也”. 从数学逻辑角度分析,“有志”是“能至”的 ( )  
 A. 充分不必要条件  
 B. 既不充分也不必要条件  
 C. 充要条件  
 D. 必要不充分条件
- 设  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 则“ $abc = 0$ ”是“ $a^4 + b^4 + c^4 = 0$ ”的 ( )  
 A. 充分不必要条件  
 B. 必要不充分条件  
 C. 既不充分也不必要条件  
 D. 充要条件
- “等式  $|a+b| = ||a| - |b||$  成立”的充要条件是 ( )  
 A.  $ab = 0$                       B.  $ab > 0$   
 C.  $ab \geq 0$                       D.  $ab \leq 0$
- 已知集合  $A = \{x | a - 2 \leq x < a + 2\}$ ,  $B = \{x | x \leq -2, \text{ 或 } x \geq 4\}$ , 则“ $A \cap B = \emptyset$ ”的充要条件是 ( )  
 A.  $0 \leq a \leq 2$                       B.  $-2 < a < 2$   
 C.  $0 < a \leq 2$                       D.  $0 < a < 2$
- 设计如图所示的四个电路图, 则能表示“开关 A 闭合”是“灯泡 B 亮”的必要不充分条件的一个电路图是 ( )



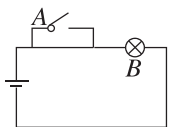
A



B



C



D

- “当  $1 \leq x \leq 2$  时,  $x^2 - a \leq 0$  恒成立”的一个充分不必要条件是 ( )  
 A.  $a \geq 4$   
 B.  $a \geq 5$   
 C.  $a \leq 4$   
 D.  $a \leq 5$
- (多选题) 设全集为  $U$ ,  $A, B$  是  $U$  的子集, 在下列选项中是“ $B \subseteq A$ ”的充要条件的有 ( )  
 A.  $A \cap B = A$   
 B.  $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$   
 C.  $(\complement_U A) \subseteq (\complement_U B)$   
 D.  $A \cup (\complement_U B) = U$
- (多选题) [2024·广东佛山容山中学高一月考] 下列说法正确的是 ( )  
 A. “ $x \in A$ ”是“ $x \in A \cap B$ ”的必要不充分条件  
 B. 若  $p$  是  $q$  的必要不充分条件,  $p$  是  $r$  的充要条件, 则  $q$  是  $r$  的充分不必要条件  
 C. “方程  $ax^2 + x + a = 0$  有唯一解”的充要条件是“ $a = \pm \frac{1}{2}$ ”  
 D. 若  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数,  $\langle x \rangle$  表示不小于  $x$  的最小整数, 则“ $[a] = \langle b \rangle$ ”是“ $a \geq b$ ”的充要条件

二、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

- 已知  $q$  是  $r$  的必要条件,  $s$  是  $r$  的充分条件,  $q$  是  $s$  的充分条件, 则  $s$  是  $q$  的 \_\_\_\_\_ 条件. (从“充分不必要”“必要不充分”“充要”中选填)
- 若“ $x < -2$ ”是“ $x \leq a$ ”的必要不充分条件, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
- 关于  $x$  的方程  $x^2 + ax + 1 = 0$  有两个不相等的实数根的充要条件是 \_\_\_\_\_.



班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

### 三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)下列所给的各组  $p, q$  中,  $p$  是  $q$  的什么条件?

(1)  $p$ : 点在角的平分线上,  $q$ : 点到角的两边所在直线的距离相等;

(2)  $p$ : 两个直角三角形的斜边相等,  $q$ : 两个直角三角形全等;

(3)  $p: x^2 - 1 = 0, q: |x| - 1 = 0$ .

14. (10 分)求证:“一元二次方程  $x^2 + (m+1)x + 2 = 0$  有两个实数根,且有一根为  $-1$ ”的充要条件是“ $m = 2$ ”.

### 思维探索 选做题

15. (5 分)[2024 · 四川广元中学高一月考] “ $a, b$  至少有一个不为 0”是“ $a^2 + b^2 \neq 0$ ”的 \_\_\_\_\_ 条件.(用“充要”“充分不必要”“必要不充分”“既不充分也不必要”填空)

16. (15 分)[2024 · 重庆八中高一期中] 已知  $\triangle ABC$  的三边长为  $a, b, c$ , 其中  $a = 2$ . 求证: “ $\triangle ABC$  为等边三角形”的充要条件是“ $b^2 + c^2 - 2(b+c) = bc - 4$ ”.

## 2.2 全称量词与存在量词

### 第1课时 全称量词命题与存在量词命题

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

1. 下列命题中不是全称量词命题的是 ( )
- A. 任意一个自然数都是正整数  
B. 有的质数是偶数  
C. 三角形的内角和是  $180^\circ$   
D. 等边三角形是等腰三角形
2. 将  $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$  改写成全称量词命题,则下列结论正确的是 ( )
- A. 存在  $a, b \in \mathbf{R}$ , 使得  $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$   
B. 存在  $a < 0, b > 0$ , 使得  $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$   
C. 对任意的  $a > 0, b > 0$ , 都有  $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$   
D. 对任意的  $a, b \in \mathbf{R}$ , 都有  $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$
3. 下列命题中是存在量词命题且为假命题的是 ( )
- A.  $\exists x \in \mathbf{R}$ , 使  $1 - x^2 \geq 0$   
B. 所有的正方形都是矩形  
C.  $\exists x \in \mathbf{R}$ , 使  $x^2 + 2x + 2 \leq 0$   
D.  $\exists x \in \mathbf{R}$ , 使  $x^3 + 1 = 0$
4. 下列命题中是全称量词命题且为真命题的是 ( )
- A.  $\forall x \in \mathbf{R}$ , 有  $x^2 > 0$   
B.  $\forall x, y \in \mathbf{Q}$ , 有  $x + y \in \mathbf{Q}$   
C.  $\exists x \in \mathbf{Z}$ , 使  $-x^2 + 1 \geq 1$   
D.  $\forall x, y \in \mathbf{R}$ , 有  $|x| + |y| > 0$
5. 已知“存在  $x \in \{x | -2 < x < 3\}$ , 使得等式  $2x - m = 0$  成立”是真命题,则实数  $m$  的取值范围是 ( )
- A.  $(-4, 6)$   
B.  $[-4, 6]$   
C.  $(-\infty, -4) \cup [6, +\infty)$   
D.  $(-\infty, -4] \cup [6, +\infty)$
6. [2024·福建莆田四中高一月考] 已知“ $\forall x \in \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ , 有  $p > x$ ”为真命题,“ $\exists x \in \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ , 使  $q > x$ ”为真命题,则 ( )
- A.  $p > 0, q > 0$                       B.  $p > 0, q > 2$   
C.  $p > 2, q > 0$                       D.  $p > 2, q > 2$

7. 已知  $p: \forall x \in [1, 2]$ , 有  $x^2 - a < 0$ ,  $q: \exists x \in \mathbf{R}$ , 使  $x^2 + 2x + 2 - a = 0$ . 若  $p$  和  $q$  都是真命题,则实数  $a$  的取值范围是 ( )
- A.  $a > 4$                                   B.  $a < 4$   
C.  $a \geq 1$                                   D.  $a \leq 1$
8. (多选题)下列说法中正确的是 ( )
- A. “菱形的两条对角线相等”是存在量词命题且为真命题  
B. “三角形的外角和为  $360^\circ$ ”是全称量词命题且为真命题  
C. “至少存在一个实数  $x$ , 使得  $|x| \geq 0$ ”是含有存在量词的真命题  
D. “能被3整除的整数,其各位数字之和也能被3整除”是全称量词命题
9. (多选题)[2024·云南昆明呈贡一中高一月考] 若“ $\exists x \in M$ , 使  $x < 0$ ”为真命题,“ $\exists x \in M$ , 使  $x \geq 4$ ”为假命题,则集合  $M$  可以是 ( )
- A.  $\{x | x < 1\}$                               B.  $\{x | -1 \leq x \leq 4\}$   
C.  $\{x | 0 \leq x < 3\}$                       D.  $\{x | -4 < x < 4\}$

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

10. 现有下列4个命题:①菱形的四条边相等;②  $\exists a \in \mathbf{R}$ , 使  $|a| = 1$ ;③存在一个质数为偶数;④正数的平方是正数. 其中,存在量词命题的个数为\_\_\_\_\_.
11. 给出下列命题:
- ①  $\exists x \in \mathbf{Z}$ , 使  $x^2 = 3$ ;  
②  $\exists x \in \mathbf{R}$ , 使  $x^2 = 2$ ;  
③  $\forall x \in \mathbf{R}$ , 有  $x^2 + 2x + 3 > 0$ .
- 其中真命题的序号是\_\_\_\_\_.
12. [2024·湖北襄阳宜城一中高一月考] 已知  $P: \exists x \in \mathbf{R}$ , 使  $x^2 - 4x + a = 0$ ,  $Q: \forall x \in [1, 3]$ , 有  $a > x - 1$ . 若命题  $P$  为假命题且  $Q$  为真命题,则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

### 三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)用量词符号“ $\forall$ ”“ $\exists$ ”表述下列命题.

- (1)实数都能写成小数形式;
- (2)有一个有理数  $x$  满足  $x^2=4$ ;
- (3)方程  $x^2+2x+8=0$  有实数解.

14. (10 分)[2024·江西宜春百树学校高一开学考]

判断下列命题是全称量词命题还是存在量词命题,并判断其真假.

- (1)至少有一个整数,既能被 11 整除,又能被 9 整除;
- (2) $\forall x \in \mathbf{R}$ ,有  $x^2-4x+6>0$ ;
- (3) $\exists x \in \mathbf{N}^*$ ,使  $x$  为 29 的约数;
- (4) $\forall x \in \mathbf{N}$ ,有  $x^2>0$ .

### ► 思维探索 选做题

15. (5 分)设非空集合  $P, Q$  满足  $P \cap Q = Q$ ,且  $P \neq Q$ ,则下列命题中为假命题的是 ( )

- A.  $\forall x \in Q$ ,有  $x \in P$
- B.  $\exists x \in P$ ,使  $x \notin Q$
- C.  $\exists x \notin Q$ ,使  $x \in P$
- D.  $\forall x \notin Q$ ,有  $x \notin P$

16. (15 分)已知集合  $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ,非空集合  $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$ .

(1)设  $p: \forall x \in B$ ,有  $x \in A$ ,若  $p$  是真命题,求实数  $m$  的取值范围;

(2)设  $q: \exists x \in A$ ,使  $x \in B$ ,若  $q$  是真命题,求实数  $m$  的取值范围.

## 第2课时 全称量词命题与存在量词命题的否定

一、选择题(本大题共9小题,每小题5分,共45分)

- “ $\forall x \in \mathbf{N}$ ,有 $8x+1$ 是奇数”的否定是 ( )
  - $\exists x \in \mathbf{N}$ ,使 $8x+1$ 不是奇数
  - $\forall x \in \mathbf{N}$ ,有 $8x+1$ 不是奇数
  - $\forall x \notin \mathbf{N}$ ,有 $8x+1$ 不是奇数
  - $\exists x \in \mathbf{N}$ ,使 $8x+1$ 是奇数
- “至多四个”的否定为 ( )
  - 至少四个
  - 至少五个
  - 有四个
  - 有五个
- 已知命题 $p$ :所有正方形都是平行四边形,则 $p$ 的否定为 ( )
  - 所有正方形都不是平行四边形
  - 有的平行四边形不是正方形
  - 有的正方形不是平行四边形
  - 不是正方形的四边形不是平行四边形
- 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$ ,使 $1 < x^2 \leq 2$ ”的否定是 ( )
  - $\forall x \in \mathbf{R}$ ,有 $1 < x^2 \leq 2$
  - $\exists x \in \mathbf{R}$ ,使 $1 < x^2 < 2$
  - $\exists x \in \mathbf{R}$ ,使 $x^2 \leq 1$ 或 $x^2 > 2$
  - $\forall x \in \mathbf{R}$ ,有 $x^2 \leq 1$ 或 $x^2 > 2$
- 已知命题 $p: \forall x \in [0, 2]$ ,有 $x^2 - 3x + 2 > 0$ ,则命题 $p$ 的否定是 ( )
  - $\exists x \in [0, 2]$ ,使 $x^2 - 3x + 2 < 0$
  - $\exists x \in [0, 2]$ ,使 $x^2 - 3x + 2 \leq 0$
  - $\exists x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ ,使 $x^2 - 3x + 2 \leq 0$
  - $\forall x \in [0, 2]$ ,有 $x^2 - 3x + 2 \leq 0$
- 若命题“ $\forall x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$ ,有 $|x| > ax$ ”的否定是假命题,则实数 $a$ 的取值范围是 ( )
  - $\{a | 0 < a < 1\}$
  - $\{a | -1 < a < 0\}$
  - $\{a | -1 < a < 1\}$
  - $\{a | 0 < a < 2\}$
- 已知 $p: \forall x \in [1, 2]$ ,有 $2x + m > 0$ ,若 $p$ 是假命题,则实数 $m$ 的取值范围是 ( )
  - $[1, 2]$
  - $(-\infty, -2]$
  - $(-\infty, -4]$
  - $[-2, +\infty)$
- (多选题)[2024·河南安阳高一期中]下列说法正确的是 ( )
  - 命题“ $\exists x > 0$ ,使 $x^2 - 6x - 12 = 0$ ”的否定为“ $\forall x > 0$ ,有 $x^2 - 6x - 12 \neq 0$ ”
  - 命题“ $\forall x > 0$ ,有 $x(x-4) > 0$ ”的否定为“ $\exists x \leq 0$ ,使 $x(x-4) \leq 0$ ”
  - 命题“任意一个平行四边形的四个顶点都在同一个圆上”的否定是假命题
  - 命题“存在两个不全等三角形的面积相等”的否定是假命题
- (多选题)[2024·江西部分学校高一联考]命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}$ ,使 $\sqrt{x} = \sqrt{2x+1}$ ,命题 $q: \forall x \in (0, +\infty)$ ,有 $x^2 < x^3$ ,则 ( )
  - $p$ 的否定是假命题
  - $q$ 的否定是真命题
  - $p$ 是存在量词命题
  - $q$ 是全称量词命题

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

- 已知命题 $p: \forall x < -1$ ,有 $x^2 > 1$ ,则命题 $p$ 的否定是\_\_\_\_\_.
- 命题 $p$ “存在实数 $x, y$ ,使得 $x + y > 1$ ”,用符号表示为\_\_\_\_\_,命题 $p$ 的否定是\_\_\_\_\_,命题 $p$ 的否定是\_\_\_\_\_(填“真”或“假”)命题.
- [2024·福建莆田二中高一月考]已知 $p: \forall x \in [1, 2]$ ,有 $x^2 - a \geq 0$ , $q: \exists x \in \mathbf{R}$ ,使 $x^2 + 2ax + 4 = 0$ .若命题 $p$ 的否定和命题 $q$ 都是真命题,则实数 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

### 三、解答题(本大题共 2 小题,共 20 分)

13. (10 分)写出下列命题的否定,并判断所得命题的真假.

- (1) $p$ :每一个素数都是奇数;  
 (2) $q$ :有些实数的绝对值是正数;  
 (3) $r$ :某些平行四边形是菱形.

14. (10 分)已知  $p: \forall x \in [1, 3], 有 m \geq x, q: \exists x \in [1, 3], 使 m \geq x$ .

- (1)写出  $q$  的否定;  
 (2)若  $p$  为真命题, $q$  的否定为假命题,求实数  $m$  的取值范围.

### 思维探索 选做题

15. (5 分)设  $A, B$  为两个非空数集,且  $A$  与  $B$  之间不存在包含关系,给出下列三个命题:

- ①对任意的  $x \in A$ ,有  $x \notin B$ ;  
 ②对任意的  $x \in B$ ,有  $x \notin A$ ;  
 ③存在  $x \in A$ ,使得  $x \notin B$ .

上述三个命题的否定是真命题的序号是 \_\_\_\_\_.

16. (15 分)(1)是否存在实数  $m$ ,使不等式  $m > -(x^2 - 2x + 5)$  对于任意的  $x \in \mathbf{R}$  恒成立? 并说明理由.

(2)若存在一个实数  $x$ ,使不等式  $m > x^2 - 2x + 5$  成立,求实数  $m$  的取值范围.

